

极大熵条件下的动态搜索优化图象重建方法

杨鹏麟 江根苗 周云凤

(东北大学软件中心 CT 部, 沈阳 110006)

摘要 提出一种满足多种准则的动态搜索优化图象重建方法。从图象场的本质出发, 设立了3个准则函数。熵函数的导数是非线性的, 本文将其变换为近似的线性公式以获得迭代公式。动态搜索则尽可能避免很多算法在迭代过程中对图象校正过量或不足的问题。

关键词 Randon 变换, 极大熵, 动态搜索, 图象重建。

1 引言

在图象重建——Randon 变换求逆时, 若人们一开始便对 Randon 变换离散化, 依据一定准则直接对其求逆, 即称为代数重建法; 而把 Randon 变换的投影数据变换为频域数据, 然后将频域数据变换为空间域数据从而建立图象, 便是变换重建法。

国外许多论文是在单一的性能指标优化下寻求最佳的代数重建, 目前尚无一种方法能够获得满意的结果。重建图象时, 关于图象我们能直接得到的仅是射线投影信息, 而图象本身具有自己的内在规律我们也可以加以考虑。因此, 一个“好”的重建不应仅是由单一准则决定, 同时考虑多个性能准则优化则是一件自然的事情。从多目标决策论、信息论和优化理论出发, 本文探求一个重建图象满足多方面性能指标的重建方法。

2 重建算法模型

极大熵条件下的动态搜索优化图象重建原理是在满足式(1)的条件下, 对 Randon 变换求逆的过程。

$$\min_{x \in X} f(x) = (f_1(x), f_2(x), f_3(x)) \quad (1)$$

式中 $f_1(x)$ 为负熵函数(参看文献[1])。均值差平方函数: $f_2(x) = \frac{1}{2} \sum_j (x_j - \bar{x}_j)^2$ (2)

式中 \bar{x}_j 是 x_j 8 近邻象素均值 投影误差平方函数^[1]:

$$f_3(x) = \frac{1}{2} \sum_i (g_i - \sum_j h(i, j)x_j)^2 \quad (3)$$

对式(1)向量优化标量化是利用加权和形式^[1]

$$\min_{x \in X} V(x) = \sum_{m=1}^3 w_m f_m(x) \quad (4)$$

式中

$$w \in W, W \triangleq \{w_m > 0, \sum_{m=1}^3 w_m = 1\}$$

定理: 若 x^* 为向量优化问题式(1)的非劣解, 则 x^* 为式(4)的解。

证明: 设 X 为式(4)的解集, 任取一 \hat{x} 对于某一 $w \in W$, 因而对所有 $x \in X$

$$\sum_m w_m (f_m(x) - f_m(\hat{x})) > 0 \quad (5)$$

假设 $x^* \in X$, 则

$$\sum_m w_m (f_m(x^*) - f_m(\hat{x})) > 0 \quad (6)$$

由 x^* 的定义得 $f_m(\hat{x}) \geq f_m(x^*) \quad m=1, 2, 3$, 则

$$\sum_m w_m (f_m(x^*) - f_m(\hat{x})) \leq 0 \quad (7)$$

式(6)与式(7)矛盾, 因而 $x^* \in X$ 为式(4)的解, 证毕。

由上可知, x^* 在式(4)的解集中, 并是式(4)对应于某一 $w \in W$ 的解。最优加权向量 W^0 的获得可查阅文献[1]。当加权系数确定后, 进一步问题是解式(4)的非线性规划问题。由无约束优化条件

$$\partial V(x, W) / \partial x_j = 0 \quad (8)$$

$$\text{得到 } w_1(1 + \ln x_j) + w_2(x_j - \bar{x}_j) + w_3 \sum_i h(i, j) (\sum_k h(i, k) x_k - g_i) = 0 \quad (9)$$

下面我们先对非线性的 $\ln x_j$ 项进行变换。

假设我们已得到第 $(k-1)$ 次迭代值 x_j^{k-1} , 对其泰勒展开, 取展式的前三项, 并用 $x_j x_j$ 代替 $x_j x_j^{k-1}$ 得

$$\ln x_j \approx \frac{3x_j}{2x_j^{k-1}} - \frac{3}{2} + \ln x_j^{k-1} \quad (10)$$

可证明近似式的误差随着 $|x_j^{k-1} - x_j| \rightarrow 0$ 而趋于 0。将式(10)带入式(9)中, 经过变换得迭代公式

$$x_j^k = x_j^{k-1} + a \vec{v}_j \quad (11)$$

式中

$$\vec{v}_j = (-w_1(\ln x_j^{k-1} + 1) + w_2(\bar{x}_j - x_j) + w_3 \sum_i h(i, j) (g_i - \sum_k h(i, k) x_k)) / (3w_1/x_j^{k-1} + w_2 + w_3 \sum_i h(i, j) \cdot h(i, j))$$

\vec{v} 称为校正矢量, a 为惩罚参数。

在通常迭代算法的迭代过程中, a 一般是固定的, 这就会产生校正过量或校正不足的问题。

动态搜索算法中, 对于每个校正矢量 \vec{v} , 我们设定一个正数 M , 令 $\vec{v}^* = \vec{v}/M$, \vec{v}^* 称为搜索矢量, 在迭代中我们每次校正一个搜索矢量 \vec{v}^* , 即

$$x_j^{k-1, s} = x_j^{k-1, s-1} + \vec{v}_j^* \quad (12)$$

将得到的值与前面的值进行优劣比较, 以决定是否结束搜索, 以计算下一个校正矢量, 因而对每一个校正矢量方向都尽可能进行了搜索。迭代过程中用在计算校正矢量 \vec{v} 上的时间远远大于每一次搜索所需时间。

3 结 论

本文不是采用通常二值化的投影贡献系数矩阵



杨鹏麟, 电子工业部 47 研究所工程师。1989 年毕业于辽宁大学应用数学专业, 1997 年于东北大学信息科学与工程学院获得计算机硕士学位。主要研究领域包括 CT 图象重建理论、工程图纸处理等。

来重建图象, 而是采用真实地描述了剖面图象函数对投影贡献大小的系数矩阵。重建图象时, 极大熵法迭代 40 次, 投影与再投影相对误差取绝对值后的均值是 0.0492%, 所需时间为 69 秒 30; 最小二乘法迭代 300 次用了 282.9 秒才达到此水平。极大熵法在一次迭代中, 搜索次数最多的 2 个是 755 和 434 次, 投影与再投影均方差, 分别降低了 38.76% 和 49.60%。如不采用动态搜索方法, 每次迭代平均降低不超过 10%, 说明了搜索的效果是非常明显。如果要避免搜索次数过多, 可设一搜索次数界限值, 超过此值可将搜索矢量乘以一惩罚参数, 以加速搜索速度。

本算法测试用图象为 70×70 , 投影方程数为 15 360 个, 用浮点数存取投影系数矩阵需要内存为 $(30 \times 512) \times (70 \times 3) \times 4 \times 2 \approx 25.80$ 兆字节而最小二乘法理论上需要内存为 $4900 \times 4900 \times 4 \approx 91.6$ 兆字节

经过 3 幅图象的测试, 重建图象的误差除与迭代次数和所选 M 有关外(本文 M 取 15), 还与投影方程的系数矢量有关。其线性无关性越大, 重建图象质量越好, 而与扫描目标基本无关。

参 考 文 献

- 1 Wang Yuanmei, Lu Weixue. Multicriterion Maximun Entropy Image Reconstruction from Projections IEEE Transaction on Medical Image. 1992. 3.

A Developed Algorithm to the Automatic Mixed-Mode Mesh Generation

Li Xiaoniu, Han Wanzhi, Chen Suhuan, Chen Yudong, Zhang Shuming

(Department of Mechanics, Jilin University of Technology, Changchun 130025)

Abstract In this paper, a simple but efficient algorithm for automatic mesh generation over arbitrary polygonal domains is proposed. The algorithm can generate three different mesh topologies: an all-triangular element mesh, a mixed-mode element mesh (which consist of both quadrilateral and triangular elements) and an all-quadrilateral element mesh. If an all-triangular element mesh is the result mesh needed, the method can work just as other general triangulation method. If a mixed-mode or all-quadrilateral element mesh should be generated, the method can generate rectangles or squares as more as possible.

Keywords Finite element mesh generation, Triangular method, Quadtree method

(上接 521 页)

The Dynamic Searching Optimization Image Reconstruction Method on the Condition of Maximum Entropy

Yang Pengling, Jiang Genmiao, Zhou Yunfen

(CT Department of NEU Software Center, ShenYang 110006)

Abstract This paper presents a kind of dynamic searching image reconstruction method that satisfies several criteria. From the image space essence, this paper establishes three criterion functions. The entropy function derivative isn't a linear function, this paper presents a method that transforms it to a proximate linear formula and gets a iteration formula. The dynamic searching method, to the best, avoids the adjustment overdose or insufficiency problem in the course of iteration that exists in many iteration methods.

Keywords Random transformation, Maximum entropy, Dynamic searching, Image reconstruction